

Exercice I

Une chaîne de production est conçue pour remplir un baril de lessive avec 3kg de produit. Un échantillon de barils est périodiquement sélectionné, pour déterminer s'il y a sur- ou sous remplissage. Dans ce cas, la chaîne de production est fermée et ajustée.

1. Déterminer les hypothèses nulle et alternative à utiliser.
2. A quoi correspondent les erreurs de première et seconde espèce dans ce cas ?
3. Quelles sont les conséquences d'une erreur de première espèce ? De seconde espèce ?

Exercice II

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu = 6; H_1 : \mu \neq 6$$

Un échantillon de taille $n = 80$ fournit une moyenne d'échantillon de 5.8. L'écart-type de la population est connu, égale à 1.

1. Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.05$, en expliquant les différentes étapes.

Exercice III

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu = 12; H_1 : \mu \neq 12$$

Un échantillon de taille $n = 100$ fournit une moyenne d'échantillon de 12.25, et un écart-type d'échantillon de 1.

1. Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.01$, en expliquant les différentes étapes.

Exercice IV

On considère deux populations, d'écart-types connus $\sigma_1 = 2.2$ et $\sigma_2 = 3.0$. On donne les résultats issus de deux échantillons aléatoires indépendants, issus de deux populations :

- 1- taille $n_1 = 50$; moyenne échantillon $x_1 = 7.5$.
- 2- taille $n_2 = 70$; moyenne d'échantillon $x_2 = 9.5$.

1. Quelle est l'estimation ponctuelle de l'écart entre les moyennes μ_1 et μ_2 des deux populations ?
2. On considère le test d'hypothèses suivant :

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 < 0.$$

Quelle est votre conclusion, au seuil $\alpha = 0.05$?

Exercice V

Dans un test sur la qualité de deux publicités, chacune a été diffusée dans une zone test spécifique 6 fois en une semaine. La semaine suivante, une enquête téléphonique a identifié les personnes qui ont vu les publicités. On a ensuite demandé à ces personnes d'énoncer le slogan de la publicité qu'ils avaient vue. L'enquête a fourni les résultats suivants :

1. Nombre de personnes ayant vu la publicité A : 150; nombre de personnes se souvenant du slogan 63.
2. Nombre de personnes ayant vu la publicité B : 200; nombre de personnes se souvenant du slogan 60.
3. Tester l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas d'écart entre les proportions de personnes se souvenant du slogan des publicités, au seuil de signification 0.05.

Exercice VI

Un laboratoire médical affirme que le temps moyen nécessaire à l'exécution d'une batterie de tests sur des échantillons de sang est de 1,88 jours ouvrables. Le responsable d'un grand cabinet médical estime que la moyenne réelle est plus grande. Un échantillon aléatoire de 45 échantillons de sang a donné une moyenne de 2,09 et un écart type de l'échantillon de 0,13 jour. Effectuez le test correspondant au seuil de signification de 10% en utilisant ces données.

Exercice VII

Des registres de 40 voitures de tourisme et de 40 camionnettes d'occasion (aucune n'a été utilisée à des fins commerciales) ont été sélectionnés au hasard pour déterminer s'il existait une différence entre le moment où le propriétaire initial les a conservées et les années écoulées avant leur vente. Pour les voitures, la moyenne était de 5,3 ans avec un écart type de 2,2 ans. Pour les camionnettes, la moyenne était de 7,1 ans avec un écart type de 3,0 ans. Construisez l'intervalle de confiance à 95% pour la différence entre les moyennes en fonction de ces données. Testez l'hypothèse qu'il existe une différence dans les moyennes par rapport à l'hypothèse nulle selon laquelle il n'y a pas de différence. Utilisez le niveau de signification de 1%. Calculez la signification observée du test dans la partie (b).