Ex 4 : $a = ?$ ; $b = ?$ . $f$ est définie sur $\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ $f$ est continue en tout point sur $\mathbb{R}$.

* $f$ est continue sur $]-\infty ; 2[$ et $]2, +\infty[$ : elle est un polynôme (كثيرة حدود).

on étudie la continuité au point 2 :

$$\begin{cases} \text{à gauche de 2 : il faut que : } \lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} f(x) = f(2) \Rightarrow 6 + b = a \\ \text{à droite de 2 : '' '' '' : } \lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} f(x) = f(2) \Rightarrow 4b + 9 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - b = 6 \\ a - 4b = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b = -3 \Rightarrow b = -1 \\ \text{d'où : } a = 6 + b = 6 - 1 = 5 \end{cases}$$

---

Ex 5 : (1) $f(x) = tg\, x$ ; $f'(x) = \left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)' = \dfrac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.

2) $f'(x) = 2\cos(2x + 6) - 3\sin(3x + 1)$.

3) $f'(x) = \dfrac{\frac{1}{x}}{\ln x} = \dfrac{1}{x \ln x}$.

4) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2} = (x^3 + 2)^{1/3} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{3}(x^3 + 2)^{\frac{1}{3} - 1}(3x^2)$

$$= x^2 . (x^3 + 2)^{-\frac{2}{3}} = \frac{x^2}{(x^3 + 2)^{2/3}}$$

5) $f'(x) = \left(\sqrt{x + \sqrt{x}}\right)' = \dfrac{1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}}{2\sqrt{x + \sqrt{x}}} = \dfrac{2\sqrt{x} + 1}{4\sqrt{x} . \sqrt{x + \sqrt{x}}}$

Exo1 : (4) la dernière expression :

$D_f = \mathbb{R} - \{-3, -2\} = ]-\infty, -3[ \cup ]-3, -2[ \cup ]-2, +\infty[$

---

Exo2 : (d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 - 3x + 1} - x = \lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\cancel{x}\left(-3 + \frac{1}{x}\right)}{\cancel{x}\left(\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x}} + 1\right)} = \dfrac{-3}{2}$

---

Exo3 : $f\left(\frac{5}{4}\right) = 0$ au lieu de 5.

$f$ est continue à gauche et à droite de $\frac{5}{4}$

$\Rightarrow f$ est continue au point $\frac{5}{4}$ et elle est continue sur $\mathbb{R}$.

---

Exo4 : on veut résoudre les 2 équations suivantes :

$$\begin{cases} 6 + b = a \\ 4b + 9 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - a = \underline{\underline{-6}} \text{ au lieu de } 6 \\ 4b - a = -9 \text{ au lieu de } 9 \end{cases}$$

$-3b = 3 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a = 5$